

# NELINEÁRNÍ ANALÝZA A SIMULACE JAKO NÁSTROJ PRO NAVRHOVÁNÍ A POSUZOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH MOSTŮ

## **Ing. Jan Červenka, Ph.D.**

Červenka Consulting s.r.o.,  
Tel.: 220 610 018, E-mail: jan.cervenka@cervenka.cz  
)

## **Ing. Jiří Rymeš, Ph.D.**

Červenka Consulting s.r.o.  
Tel.: 220 610 018, E-mail: jiri.rymes@cervenka.cz

## **Ing. Radomír Pukl, CSc.**

Červenka Consulting s.r.o.  
Tel.: 220 610 018, E-mail: radomir.pukl@cervenka.czal.cz

*Nelineární analýza a simulace chování mostní konstrukce s využitím metody konečných prvků poskytuje inženýrům jedinečný vhled do skutečného chování posuzované konstrukce a její mezní únosnosti. Oproti standardním návrhovým postupům založeným na elastickém chování materiálu a nosníkové teorii, nelineární simulace uvažuje komplexní 3D stav napjatosti a skutečnou odezvu materiálu jako např. tlakové drcení betonu, rozvoj tahových trhlin, případně přetržení výztuže a dlouhodobou reologickou odezvu konstrukce. Tímto způsobem je možné posoudit nejen mezní stavy, ale i postup výstavby nebo environmentální zatížení.*

*Návrhové postupy a vhodné formáty bezpečnosti jsou v současnosti již k dispozici, např. v modelové normě fib 2010 a budou součástí nové verze Eurokódů.*

*Článek popisuje nejčastěji používané formáty bezpečnosti s důrazem na vhodnou definici a vyhodnocení modelové nejistoty.*

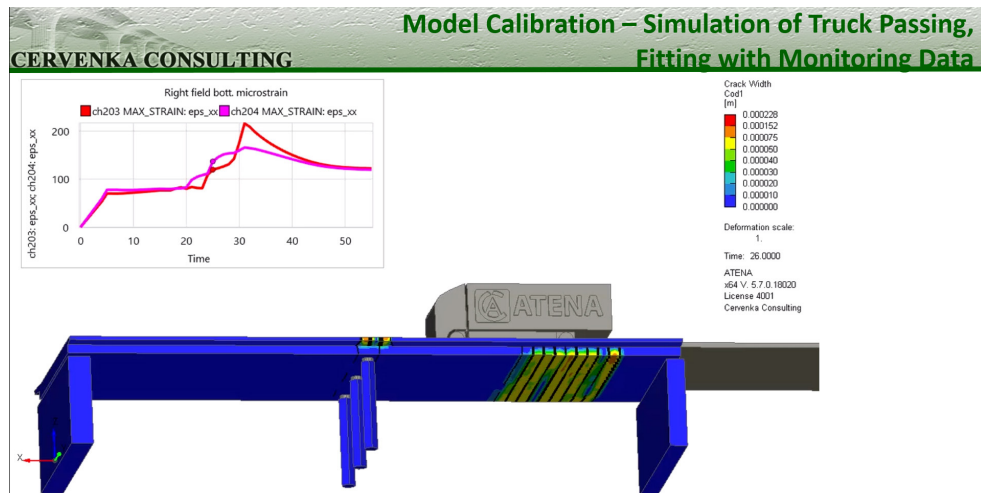
*Použití uvedených formátů spolehlivosti pro nelineární výpočty bude dokumentováno na příkladech s inženýrské praxe zahrnující využití principu digitálních dvojčat při posouzení mostních konstrukcí v ČR i v zahraničí: most Pavla Wonky (Pardubice) a Vogelsang most v SRN.*

## **NONLINEAR ANALYSIS AND SIMULATION AS A TOOL FOR DESIGN AND ASSESSMENT OF REINFORCED CONCRETE BRIDGES.**

*Nonlinear analysis and simulation within the framework of the finite element analysis can provide engineers with an insight into the real structural performance and behavior. Contrary to the traditional design approaches based on the elastic beam theory, the nonlinear models can evaluate complex 3D stress states within the material and simulate real material behavior, including crushing of concrete in compression, cracking in tension or yielding of the steel reinforcement as well as long-term rheological phenomena. By these means, not only the ultimate state but various construction stages and environmental loads can be evaluated. New approaches and suitable safety formats are already available, for instance in the fib model code 2010 and will be also included in the new version of Eurocodes.*

*The article describes the most applicable safety formats with emphasis on their suitable definition and the evaluation of model uncertainty.*

*The application of the presented safety formats and nonlinear simulation will be documented on several examples from engineering practice involving the digital twin approach for the assessment of bridge structures in Czech Rep. and Germany: Wonka bridge (Pardubice) and Esslingen bridge (Germany).*



Kalibrace numerického modelu v procesu digitálního dvojčete mostu Vogelsang SRN

## 1. ÚVOD

Nelineární analýza a simulace skutečného chování konstrukcí s využitím metody konečných prvků nabízí inženýrům jedinečný nástroj, který umožňuje hlubší pochopení skutečného chování inženýrské konstrukce a ověřit zda odpovídá návrhovým předpokladům. Při přetížení konstrukce až do fáze porušení kromě toho ověří skutečné rezervy konstrukce a způsob porušení, který může pomoci odhalit případné slabiny v návrhu.

Při aplikaci nelineárních metod při posuzování konstrukcí je důležité uvážit vhodné formáty spolehlivosti, které zahrnují nejistoty materiálu, geometrie a modelové nejistoty použitých numerických modelů.

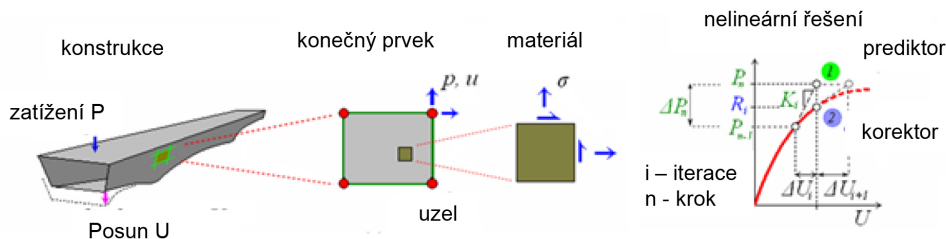
Vhodné formáty bezpečnosti a metody pro nelineární posouzení železobetonových konstrukcí jsou v současnosti již k dispozici, např. v modelové normě fib 2010 [1] a budou součástí nové verze Eurokódů.

Aplikace nelineárních výpočtů je dokumentována na příkladech s inženýrské praxe, které navíc využívají metodiky digitálních dvojčat při posouzení mostních konstrukcí v ČR i v zahraničí: most Pavla Wonky (Pardubice) a Vogelsang most v SRN (Esslingen).

## 2. FORMÁTY SPOLEHLIVOSTI PRO NELINEÁRNÍ POSOUZENÍ ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

Návrhová metodika a vhodné formáty spolehlivosti pro posuzování železobetonových konstrukcí jsou velmi aktivní oblastí výzkumu v posledních desetiletích [2][3][4][5][6]. Výsledkem byl návrh několika vhodných bezpečnostních formátů v nové fib modelové normě 2010 [1].

Metodika nelineárního výpočtu je schematicky znázorněna na Obr. 1, který ukazuje rozdělení konstrukce na jednotlivé konečné prvky. V integračních bodech konečných prvků je uvažován nelineární materiálový model uvažující vznik a vývoj trhlin, smykové a talkové porušení, atd. Řešení probíhá postupným zatěžováním virtuálního numerického modelu konstrukce až do dosažení návrhového zatížení a následné přítěžování až do dosažení mezní únosnosti.



**Obr. 1** Schéma použití metody konečných prvků a přírůstkového řešení při nelineární analýze konstrukcí.

Postup zatěžování konstrukce by měl realisticky zohlednit skutečný náběh aplikovaných zatěžovacích stavů. Návrhová podmínka pro mezní stav únosnosti odpovídá standardní rovnici:

$$R_d \leq E_d \quad (1)$$

kde  $R_d$ ,  $E_d$ , představují návrhové hodnoty únosnosti a zatížení celé konstrukce nebo posuzovaného konstrukčního prvku. Tyto návrhové hodnoty musí zohlednit možné nejistoty neboli splňovat požadovanou spolehlivost v souladu se stavební normou. Typicky se tyto nejistoty dělí na aleatorické zohledňující nejistoty materiálu, geometrie a epistemické zahrnující nejistoty v uvažovaných teoretických nebo numerických modelech.

Návrhová podmínka v rovnici (1) je při standardních metodách navrhování aplikována na úrovni kritických průřezů konstrukce. Nekonzistentnost tohoto přístupu je dobře známa a je způsobena použitím jiných předpokladů pro výpočet vnitřních sil konstrukce, tj. členu  $E_d$  (obvykle se uvažuje pružné chování konstrukce) a pro únosnost ověřovaného průřezu  $R_d$ , kdy je obvykle uvažováno silně nelineární chování materiálů. Vnitřní síly konstrukce se mění vlivem redistribuce sil během nelineární odezvy materiálů. Navíc lokální ověření únosnosti v rovnici (1) nezohledňuje celkovou spolehlivost konstrukce. Při nelineární analýze je nelineární chování materiálu implicitně zohledněno ve vlastním výpočtu (Obr. 1). Proto jsou lokální kontroly v rovnici (1) na úrovni řezu splněny automaticky. Navíc je ověřena rovnice (1) i na globální úrovni konstrukce. V tomto případě člen  $E_d$  reprezentuje úroveň testované zatěžovací kombinace. Analogicky únosnost  $R_d$  představuje mezní úroveň zatížení pro daný zatěžovací stav, který je konstrukce schopna přenést.

Modelová norma fib 2010 [1] zavádí 4 metody pro globální posouzení konstrukcí pomocí nelineární analýzy. V následném textu jsou využity zejména metody dvě, u kterých se předpokládá jejich aplikace v nové verzi Eurokódu. Jedná se o metodu parciálních součinitelů (partial factor method – PFM)(Sekce 7.11.3.4 v [1]) a ECoV metoda (Estimate of Coefficient of Variation)(Sekce 7.11.3.3 v [1]). Metoda PFM je nejbližší standardnímu způsobu posuzování konstrukcí, který je používán v inženýrské praxi v současnosti. Dle této metody se návrhová únosnost konstrukce  $R_d$  vypočte dle rovnice:

$$R_d^{fib} = \frac{R(X_d; a_{nom})}{\gamma_{Rd}}, \quad X_d = \frac{X_k}{\gamma_M}, \quad \theta = R_{exp} / R_{sim}, \quad \gamma_{Rd} = \frac{\exp(\alpha_R \beta \times V_\theta)}{\mu_\theta} \quad (2)$$

kde  $X_k$  je charakteristická pevnost materiálu,  $a_{nom}$  představuje nominální geometrické parametry.  $\gamma_M$  je parciální součinitel bezpečnosti materiálu nezahrnující modelové nejistoty.  $\alpha_R$  je součinitel odolnosti dle FORM,  $\beta$  index spolehlivosti a  $\gamma_{Rd}$  je součinitel modelové nejistoty. Tento součinitel závisí na použité numerické metodě a modelu, který je použit v nelineární analýze neboli na použitém softwaru. Měl by být vyhodnocen speciální studií zahrnující simulace známých experimentů a statistickým vyhodnocením modelové nejistoty  $\theta$  pro konstrukční prvky a konstrukce s různými způsoby porušení, např. ohyb, smyk, protlačení na základě získaných statistických parametrů: průměr  $\mu_\theta$  a variační koeficient  $V_\theta$ . Příklad takové studie je například představen v publikaci [7], kde je vyhodnocen součinitel modelové nejistoty pro software ATENA, který byl využit pro výpočty v tomto článku (viz. Tab. 1). Další rozsáhlejší studie zahrnující i jiné numerické modely a výpočtové programy byly provedeny v publikacích [8] a [9] při dosažení velmi podobných hodnot.

**Tab. 1** Parciální součinitele modelové nejistoty pro různé způsoby porušení [7].

| Způsob porušení | $\mu_{\theta}$ | $V_{\theta}$ | $\gamma_{Rd}$ |
|-----------------|----------------|--------------|---------------|
| Protlačení      | 0.971          | 0.076        | 1.16          |
| Smyk            | 0.984          | 0.067        | 1.13          |
| Ohyb            | 1.072          | 0.052        | 1.01          |
| Celkový         | 0.979          | 0.081        | 1.16          |

### 3. UKÁZKY APLIKACE V KONCEPTU DIGITÁLNÍHO DVOJČETE

Použití nelineární simulace je dokumentováno na dvou příkladech praktických mostních konstrukcí. Jedná se o most Pavla Wonky v Pardubicích a most Vogelsang v Esslingenu, SRN. Nelineární simulace byla použita v konceptu digitálního dvojčete. Metoda digitálního dvojčete představuje propojení numerického modelu (virtuální dvojče) se skutečnou konstrukcí s využitím monitorovacích technologií. V těchto příkladech byl využit systém iBWIM (Bridge-Weigh-In-Motion), který byl vyvinut společností Petschacher Consulting, ZT-GmbH (Rakousko). Tento systém umožňuje nejen sledovat odezvu konstrukce, ale současně i provést identifikaci typu a úrovně dopravního zatížení. Typická ukázka instalace monitorovacího systému je znázorněna na Obr. 3.

**Obr. 2** Pilotní aplikace digitálních dvojčat, most P. Wonky (nahore), Vogelsang most (dole).

Kromě standardních údajů jako je deformace konstrukce, použitý monitorovací systém umožňuje výstup některých velmi zajímavých a jedinečných údajů jako např. rychlost vozidel, jejich hmotnost, počet náprav a jejich zatížení. Systém umožňuje detekci vozidel přesahujících hmotnost 3.5t. Zajímavé údaje poskytuje rovněž možnost statistického vyhodnocení dopravy ve sledovaném období.

Důležitou fází aplikace digitálního dvojčete je kalibrace modelu na základě naměřených dat, pro které byly využity data z vybraných naměřených událostí (tj. přejezdů nejtěžších vozidel získaných monitoringem iBWIM. U mostu P. Wonky byly kromě toho k dispozici výsledky zatěžovací zkoušky z roku 2006, kdy proběhla rekonstrukce mostu. Výsledky kalibrace jsou shrnuty v Tab. 2

Na základě kalibrovaných numerických modelů je možné provést simulaci chování konstrukce v mezích stavech zatížení a ověřit skutečnou únosnost. Cílem pilotních projektů navíc bylo provést

predikci vývoje únosnosti zkoumaných konstrukcí v budoucích letech při zohlednění možných degra-  
dačních mechanismů.

Software ATENA umožňuje simulovat šíření chloridů způsobených zejména ošetřováním vozovky  
v zimních měsících a jejich vliv na korozi výztuže. Podrobnosti použitého modelu jsou popsány a ex-  
perimentálně ověřeny v publikaci [10].

**Tab. 2** Výsledky kalibrace numerických modelů pilotních mostů.

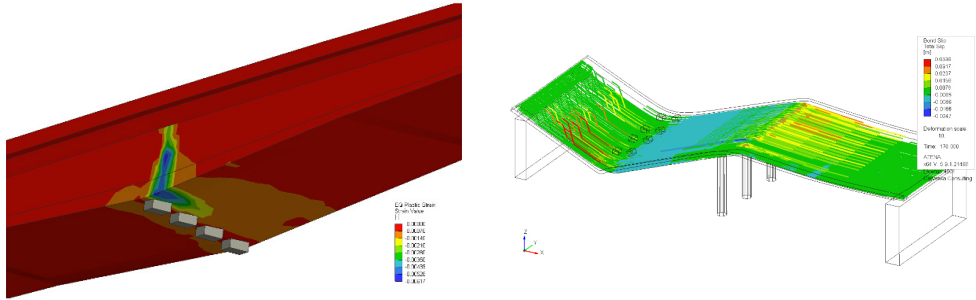
|   | Monitoring | Model |
|---|------------|-------|
| <b>most P. Wonky, ČR</b>                    |            |       |
| iBWIM, deformace [ $\mu$ ]                  | 8.35       | 8.88  |
| Průhyb ve středu ze zatěžovací zkoušky [mm] | 14.36      | 14.23 |
| <b>most Vogelsang, Germany</b>              |            |       |
| iBWIM (skupina 203) [ $\mu$ ]               | 77         | 74    |
| iBWIM (skupina 204) [ $\mu$ ]               | 30         | 43    |



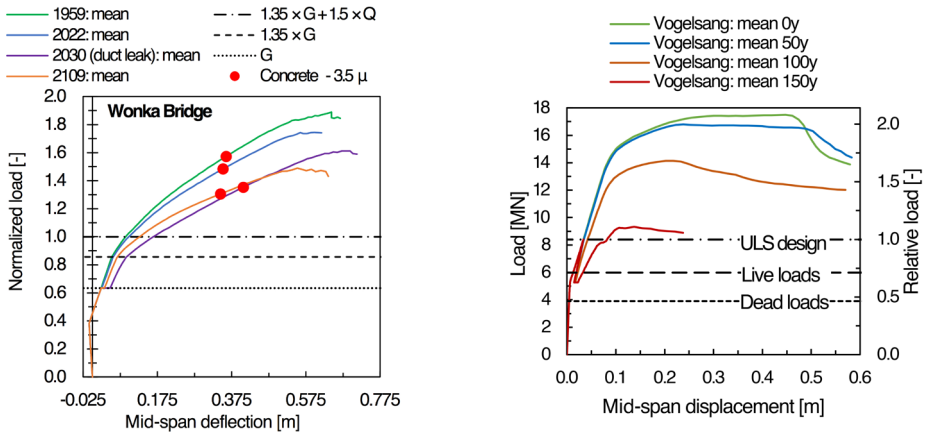
**Obr. 3** Pohled na typickou instalaci systému iBWIM na zkoumané mostní konstrukci (vlevo), přejezd  
nákladního vozu pro kalibraci systému (vpravo nahoře), laserový snímač pro detekci přejezdu vozidel a  
identifikaci počtu náprav (vlevo dole).

Při posouzení konstrukce s využitím nelineárního výpočtu je nutné definovat vhodnou historii za-  
těžování, která realisticky vystihuje vyšetřovanou zatěžovací kombinaci dle požadavku normy. Kromě  
těchto standardních zatížení, byl uvažován vliv šíření chloridů a následná koroze výztuže.

Například v případě mostu Vogelsang byla uvažována následující typická historie zatěžování: 1) návrhová kombinace stálých zatížení, 2) návrhová úroveň nahodilého zatížení od koncentrovaných a rovnoměrných zatížení, 3) odlehčení nahodilých zatížení, 4) aplikace šíření chloridů a koroze výztuže v požadovaném časovém intervalu, 5) přetížení celkovou návrhovou kombinací až do mezní únosnosti. Vliv degradačních mechanismů byl vyšetřován v rozsahu 25, 50, 75, 100, 125 a 150 let. Obr. 4 zobrazuje typické způsoby porušení v numerické simulaci mostu při přetěžování v zatěžovacím intervalu 5.



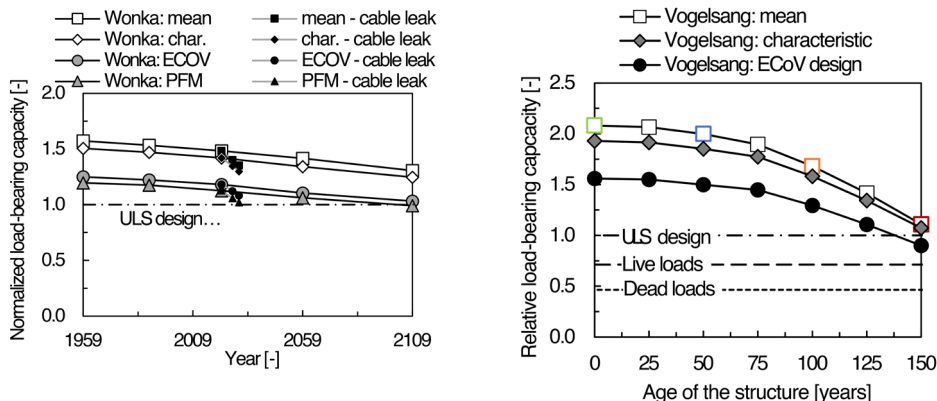
**Obr. 4** Typické způsoby mezního porušení v numerické simulaci, (vlevo) smykové porušení s drčením tlakové diagonály v případě mostu P. Wonky, (vpravo) ohybové porušení tečením hlavní ohybové výztuže u mostu Vogelsang.



**Obr. 5** Křivky odezvy konstrukce v průběhu numerické simulace, (vlevo) most P. Wonky, (vpravo) most Vogelsang

Obr. 5 zobrazuje vypočtené odezvy konstrukce a mezní únosnosti při zatěžování pro různé stáří konstrukce. Červené body značí stav, kdy bylo dosaženo mezního přetvoření betonu  $3.5\mu$ , které bylo uvažováno jako určující pro stanovení mezní únosnosti konstrukce, přestože numerický model umožňoval ještě dodatečné přetížení.

Vypočtené mezní únosnosti je možné vynést na časové ose pro určení budoucího vývoje odolnosti konstrukce (Obr. 6). Návrhová únosnost byla stanovena s využitím dříve uvedených dvou bezpečnostních formátů PFM a ECoV (Obr. 6) pro most P. Wonky. V případě mostu Vogelsang byla použita pouze metoda ECoV. Výsledky ukazují, že obě metody dosahují podobných výsledků. Metoda ECoV dává mírně vyšší hodnoty únosnosti, což lze očekávat, protože se jedná o přesnější výpočet vyžadující dvojnásobný počet nelineárních analýz.



**Obř. 6** Vývoj odolnosti konstrukce v čase zohledňující degradaci vlivem koroze výztuže, (vlevo) most P. Wonky, (vpravo) most Vogelsang.

#### 4. ZÁVĚR

Nelineární simulace je již standardním nástrojem pro posuzování a analýzu konstrukcí ve strojírenství a automobilovém průmyslu. V posledních letech začíná být přijímána v širším měřítku i ve stavebnictví zejména např. při simulaci logistiky a stavebního procesu, extrémních zatížení zemětřesením nebo výbuchem, ale i pro ověřování návrhu a chování náročnějších konstrukcí, např. mostů, tunelů a výškových budov. Tento trend je podporován vývojem nových mezinárodních norem (fib model code 2010 [1]).

*Prezentované metody a výsledky byly finančně podpořeny projektem TA ČR CK03000023 „Digitální dvojče pro zvýšení spolehlivosti a životnosti betonových mostů“.*

#### LITERATURA

- [1] International Federation for Structural Concrete, fib Model Code for Concrete Structures 2010, 2013.
- [2] Vrouwenvelder A.C.W.M., 2002. Developments towards full probabilistic design codes. Structural Safety, Volume 24, Issues 2–4, April–October 2002, Pages 417-432
- [3] Schlune, H., Plos, M. & Gylltoft, K. 2011. Safety formats for nonlinear analysis tested on concrete beams subjected to shear forces and bending moments. Engineering Structures 33(8): 2350-2356.
- [4] Schlune, H., Plos, M. & Gylltoft, K. 2012. Safety formats for non-linear analysis of concrete structures. Magazine of Concrete Research 64(7): 563-574.
- [5] Červenka, V. (2008) Global Safety Format for Nonlinear Calculation of Reinforced Concrete. Beton- und Stahlbetonbau 103, special edition, Ernst & Sohn, pp. 37–42.
- [6] Červenka, V., (2013) Reliability-based non-linear analysis according to Model Code 2010, Journal of fib, Structural Concrete 01/2013, pp.19-28
- [7] Červenka V, Červenka J, Kadlec L. Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures. Structural Concrete; 2018: 2004–2016. <https://doi.org/10.1002/suco.201700287>
- [8] Costa, D.D., Červenka, V., Costa, R.G., 2018. Model uncertainty in discrete and smeared crack prediction in RC beams under flexural loads. Engineering Fracture Mechanics 199, Elsevier, (2018) 532–543.
- [9] Gino D, Castaldo P, Giordano L, Mancini G. 2021. Model uncertainty in nonlinear numerical analyses of slender reinforced concrete members. Structural Concrete. 1–26. <https://doi.org/10.1002/suco.202000600>
- [10] Hajkova K., Smilauer V., Jendele L., Červenka J.: Prediction of reinforcement corrosion due to chloride ingress and its effects on serviceability. Engineering Structures, 2018, Vol. 174: 768-777.